

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА
2013 год

10 КЛАСС

Ответ к заданию 1. Речь идёт об открытиях таких химических элементов как уран (1789 год, немецкий химик М.Г. Клапрот), нептуний (1940 год, американские физики Э.Макмиллан и Ф.Абельсон) и плутоний (американский физик Г.Сиборг). Планету Уран открыл английский астроном У. Гершель в 1781 году. Планету Нептун открыл в 1846г. немецкий астроном И.Галле (по предвычислениям французского математика У.Лeverье). Планету Плутон открыл в 1930 г. американский астроном К.Томбо.

Ответ к заданию 2. Если известен угловой размер α протяженного объекта, то линейный размер изображения этого объекта в фокальной плоскости объектива телескопа будет равен

$$d = F \cdot \operatorname{tg}(\alpha).$$

Отсюда получаем $d=0,09 \text{ м} = 9 \text{ см}$.

Ответ к заданию 3. Во – первых, самая яркая звезда на земном небосводе, - Сириус. Во – вторых, данной скорости будет достаточно для преодоления поля тяготения Солнца. В - третьих, расстояние до Сириуса можно определить, если известен его годичный параллакс π :

$$r = \frac{1}{\pi} \text{ (в парсеках)}.$$

Тогда время движения $t = r/V$. Учитывая соотношения парсека к километру и часа к году, получаем $t = 64062$ года

Ответ к заданию 4. 1. Полная механическая энергия движущегося спутника

$$E = E_K + E_{\Pi},$$

где $E_{\Pi} = - G \frac{mM}{R+h}$ есть потенциальная энергия спутника массой m в поле

тяготения Земли массой M и радиусом R на высоте h ,

$E_K = mV^2/2$ – кинетическая энергия спутника.

Предположим, что спутник движется по круговой орбите. Тогда его круговая скорость определится по формуле

$$V^2 = \frac{GM}{R+h}.$$

Используя указанные формулы, можно выразить полную механическую энергию через энергию потенциальную или кинетическую: $E = E_{\Pi}/2 = - E_K$.

2. При движении на небольших высотах (от 200 км до 1000 км) спутник взаимодействует с молекулами атмосферного воздуха, отдавая ему часть своей полной энергии. Из полученных формул следует, что при уменьшении полной энергии спутника его кинетическая энергия будет возрастать, а потенциальная, - убывать. Таким образом, скорость спутника будет

увеличиваться (это явление называется парадоксом спутника), а высота орбиты, - уменьшаться.

Ответ к заданию 5. . В предположении об абсолютно чернотельном излучении звёзд получим, что их светимость

$$L = \sigma \cdot T^4 \cdot 4\pi R^2.$$

Тогда, согласно условию задачи

$$L/L_{\odot} = (T/T_{\odot})^4 (R/R_{\odot})^2 = 1600,$$

где L_{\odot} , R_{\odot} , T_{\odot} - соответственно светимость, радиус и температура Солнца.

Отсюда получим, что в состоянии красного гиганта

$$R = 160 \cdot R_{\odot}$$

Численно $R = 111,36$ млн.км. Видим, что при заданных условиях Солнце на стадии красного гиганта «проглотит» и Меркурий, и Венеру.

Ответ к заданию 6. Вторая космическая скорость определяется по формуле

$$V_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}},$$

где G – гравитационная постоянная, M – масса тела, R – его радиус. В соответствии с условием задачи получаем, что гравитационный радиус

$$R_G = \frac{2GM}{c^2},$$

где c – скорость света. Подставляя численные данные, получим

$$R_G = 2,96 \cdot 10^{12} \text{ м} = 19,7 \text{ а.е.},$$

что вполне реально для ядер галактик.

Плотность вещества внутри области с гравитационным радиусом будет равна

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_G^3}.$$

Подстановка числовых значений даёт $\rho = 18,4 \text{ кг/м}^3$. Таким образом, результат показывает, что вещество в сверхмассивных чёрных дырах может быть в достаточно разрежённом состоянии.